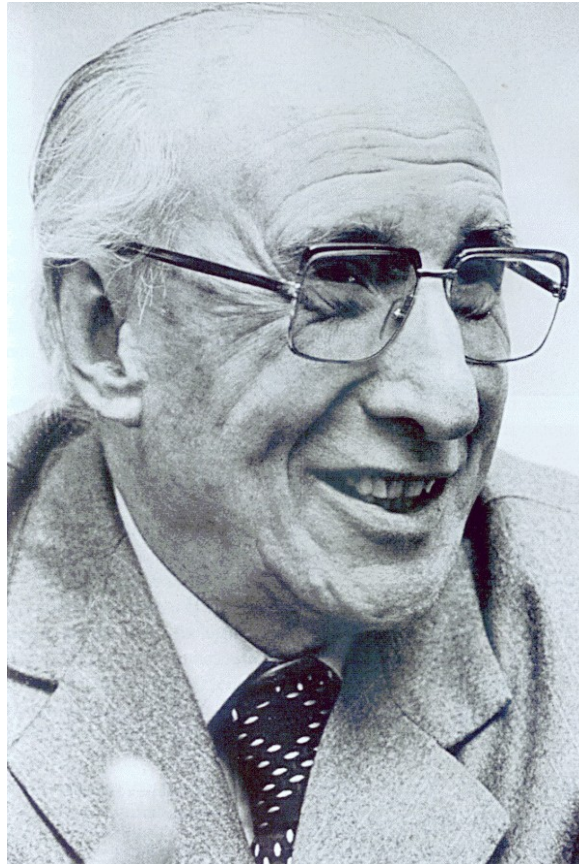


RESOLUCIÓ DE PROBLEMES

Ensenyar matemàtiques ha de ser equivalent a ensenyar a resoldre problemes. Estudiar matemàtiques no ha de ser res més que pensar en la solució de problemes.

Lluís Santaló



Lluís Santaló

Girona, 1911 – Buenos Aires, 2001

"La matemàtica és, alhora, art, ciència i tècnica. Com a art, ens ajuda a discernir les formes i a apreciar la naturalesa com a doll de bellesa i harmonia; com a ciència, ens ajuda a conèixer la naturalesa i a entendre les seves lleis; i com a tècnica, contribueix a dominar la naturalesa i les seves forces, per a posar-les al servei de la vida i del benestar de l'home. Les tres coses no poden anar separades. Polaritzant-se en art, la matemàtica passa a ser misticisme i filosofia. Si és solament ciència, es torna àrida i seca, com la matemàtica escolàstica de l'ensenyament tradicional. I si és només estrictament tècnica, arriba fàcilment al límit de les seves possibilitats i esdevé rutina monòtona i estèril"

Lluís Santaló, en la seva investidura com a
Doctor *Honoris Causa* a la UPC, 1977

Qui sols hagi fet exercicis de matemàtiques sense haver resolt cap problema, és igual a qui sap moure les peces d'escacs sense haver jugat mai un veritable joc; el més important a matemàtiques és participar al joc.

Stephen J. Turner
(Matemàtic anglès)

Cal distingir entre
exercici
i
problema

Exercici

Tasca que pot portar-se a terme mitjançant la simple aplicació de tècniques, algorismes o rutines més o menys automatitzades.

Problema

Proposta d'enfrontament amb una situació desconeguda que es planteja a través d'un conjunt de dades dins d'un context, per a la qual, en principi, no disposem d'una resposta immediata i que requerirà reflexionar, prendre decisions i dissenyar estratègies.

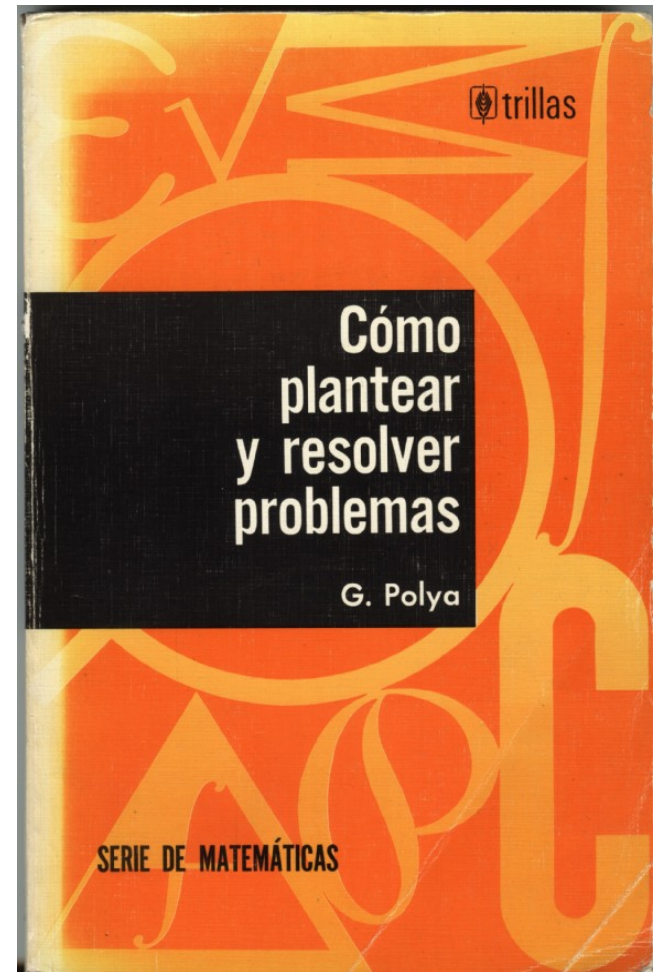
Dues referències fonamentals:

George Polya,

*“Cómo plantear y
resolver problemas”.*

Ed. Trillas,

Mèxic, 1965.





George Pólya

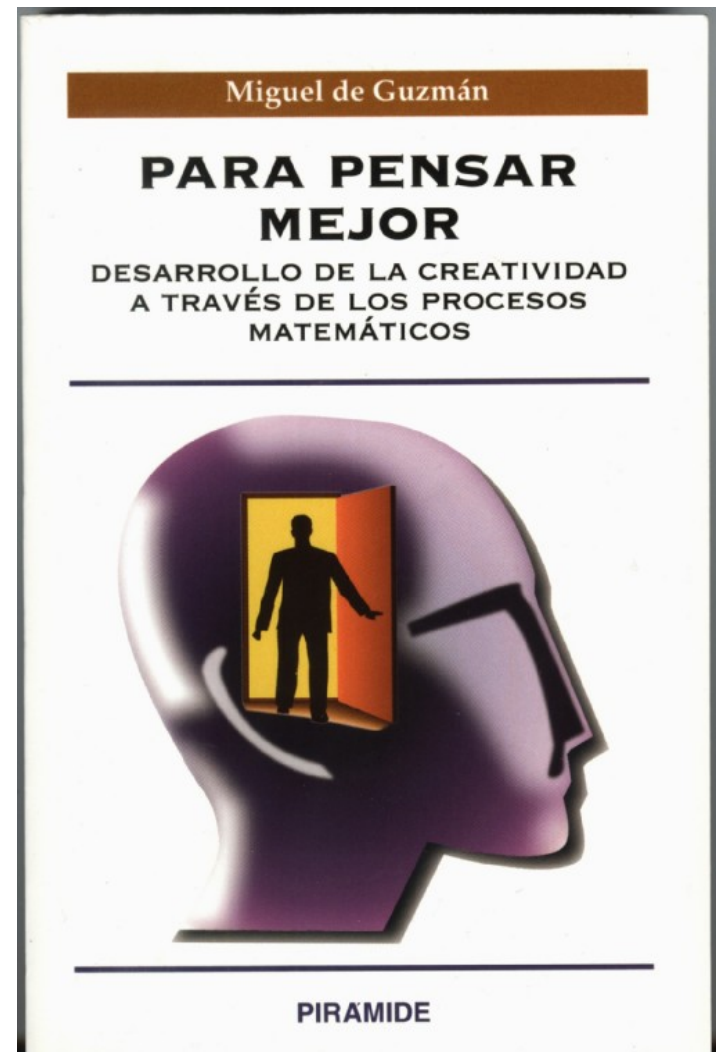
Budapest (Hungria), 1887 – Palo Alto (USA), 1985

Miguel de Guzmán,

*“Para pensar mejor.
Desarrollo de la
creatividad a través de
los procesos
matemáticos”.*

Ed. Pirámide,

Madrid, 1994





Miguel de Guzmán Ozámiz
Cartagena, 1936 – Madrid, 2004

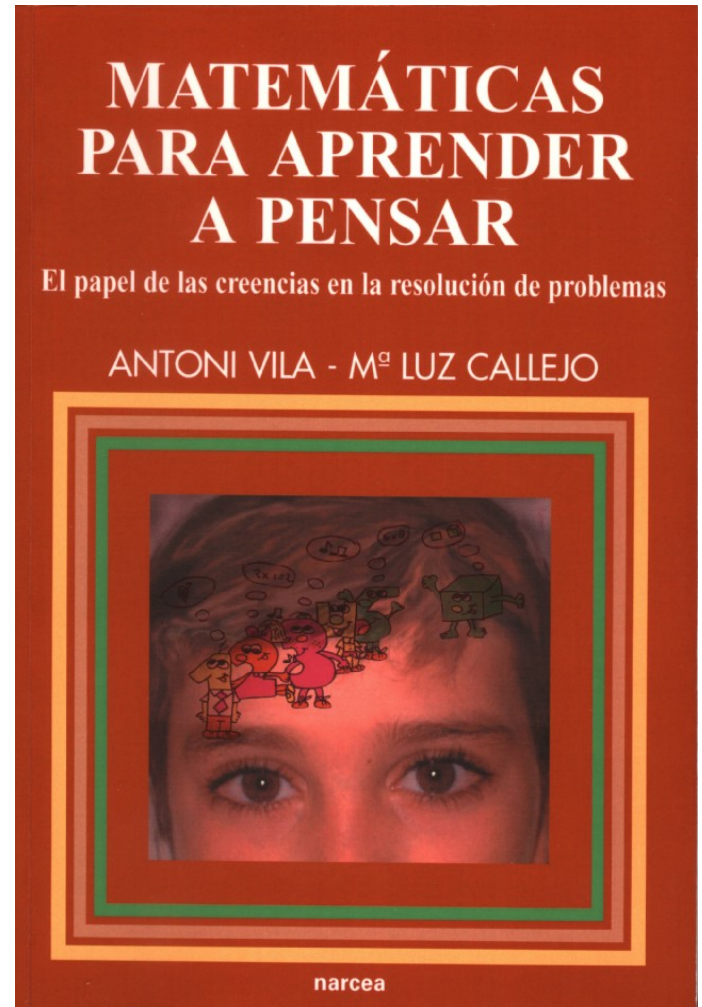
I un llibre recent:

Antoni Vila i
M. Luz Callejo,

*“Matemáticas para
aprender a pensar”*

Ed. Narcea,

Madrid, 2004



En el prefaci de la primera edició de “*Cómo plantear y resolver problemas*” (Polya, 1944) llegim:

Un gran descobriment resol un gran problema però en la solució de tot problema hi ha un cert descobriment. El problema que es planteja pot ser modest; però si es posa a prova la curiositat que indueix a posar en joc les facultats inventives, si es resolt pels propis mitjans, es pot experimentar l'encant del descobriment i el goig del triomf.

(...) Per això un professor de matemàtiques té una gran oportunitat. Si dedica el seu temps a exercitar als alumnes en operacions rutinàries, matarà en ells l'interès, impedirà el seu desenvolupament intel·lectual i acabarà desaprofitant la seva oportunitat.

*Si, pel contrari, posa a prova la curiositat dels alumnes plantejant-los problemes adequats als seus coneixements i **els ajuda a resoldre'ls per mitjà de preguntes estimulants** podrà despertar-los el gust pel pensament independent i donar-los certs recursos per això.*

*(...) Les pàgines que segueixen (...) estan basades en un seriós i llarg estudi dels mètodes de solució. Aquest tipus d'estudi, anomenat **heurística** per alguns autors, si bé no està de moda en els nostres dies, té un llarg passat i un cert futur.*

(...) Estudiant els mètodes de resolució de problemes, descobrim una altra faceta de les matemàtiques. Efectivament, les matemàtiques presenten dues cares: per un costat són la ciència rigorosa d'Euclides, però també són alguna cosa més.

Les matemàtiques presentades a la manera euclidiana apareixen com una ciència sistemàtica, deductiva; però les matemàtiques en via de formació apareixen com una ciència experimental, inductiva. Ambdós aspectes són tan vells com les matemàtiques mateixes.

George Polya (1944)

Heurística

- Antigament l'heurística o “*ars inveniendi*” tenia per objecte l'estudi de les regles i els mètodes de descobriment i d'invenció. Alguns autors que han dedicat treballs a l'heurística són Pappus, Descartes, Leibniz, Bolzano.

Heurística

- Actualment l'heurística tracta de comprendre el mètode que condueix a la solució de problemes i, en particular, les operacions mentals típicament útils en aquest procés.

Polya distingeix quatre etapes en la resolució d'un problema:

1. Comprendre el problema
2. Concebre un pla
3. Executar el pla
4. Examinar la solució obtinguda

Polya també suggereix una metodologia de treball:

L'estudiant ha d'adquirir, a través del seu treball personal, la més àmplia experiència possible. Però si se'l deixa sol enfront del seu problema, sense ajuda o quasi sense ajuda, pot ser que no progressi. Per altra part, si el mestre l'ajuda massa, no es deixa res per a l'alumne. Cal que el mestre l'ajudi però ni massa ni massa poc...

Si l'estudiant no està en condicions de fer gran cosa, el mestre ha de mantenir almenys la il·lusió del treball personal. Per això ha d'ajudar a l'alumne discretament, sense impositcions (...) de forma natural. El mestre haurà de posar-se en el seu lloc, veure des del punt de vista de l'alumne, tractar de comprendre allò que li passa pel cap i plantejar alguna pregunta o indicar algun camí que pogués acudir-se al propi alumne.

En tractar d'ajudar l'alumne (...) el mestre pot fer la mateixa pregunta i indicar el mateix camí un i altre cop. Així, en innombrables problemes haurem de preguntar:

Quina és la incògnita?

Podem fer la mateixa pregunta en diferents formes:

Què es requereix?

Què es vol determinar?

Què si li demana que trobi?

A vegades s'obtindrà el mateix resultat de manera més natural suggerint:

Mira atentament la incògnita.

Preguntes i suggeriments tenen el mateix objectiu, tendeixen a provocar la mateixa operació intel·lectual.

George Polya proposa, per a cada etapa de la resolució, una llista de preguntes i suggeriments que poden ser útils a l'alumne i que tenen la característica de ser...

...generals, naturals, de sentit comú.

Les reproduïm tot seguit!

Comprendre el problema

- Quina és la incògnita? Quines són les dades?
- Quina és la condició? És suficient la condició per a determinar la incògnita? És insuficient? Redundant? Contradictòria?

Concebre un pla

- S'ha trobat amb algun problema semblant? O ha vist el mateix problema plantejat de forma lleugerament diferent?
- Coneix un problema relacionat amb aquest? Coneix algun teorema que li pugui ser útil? Miri atentament la incògnita i tracti de resoldre un problema que li sigui familiar i que tingui la mateixa incògnita o una incògnita similar.

- Aquí té un problema relacionat amb el seu i que ja ha estat resolt. Podria usar-lo? Podria usar el seu resultat? Podria emprar el seu mètode? Li faria falta introduir algun element auxiliar per tal de poder-lo emprar?
- Podria enunciar el problema d'una altra manera? Podria plantejar-lo novament de manera diferent? Recordi les definicions.

- Si no pot resoldre el problema proposat tracti de resoldre un problema similar. Podria imaginar-se un problema anàleg una mica més accessible? Un problema més general? Un problema més particular? Un problema anàleg? Pot resoldre una part del problema?

Consideri únicament una part de la condició; descarti l'altra part; en quina mesura queda determinada ara la incògnita? De quina forma pot variar? Pot deduir algun element útil de les dades? Pot pensar en algunes altres dades útils per a determinar la incògnita? Pot canviar la incògnita? Pot canviar la incògnita o les dades o ambdós, si cal, de manera que la nova incògnita i les noves dades siguin més propers entre si?

- Ha emprat totes les dades? Ha emprat tota la condició? Ha considerat totes les nocions essencials entorn del problema?

Execució del pla

- En executar el seu pla de resolució comprovi cadascun dels passos.
- Pot veure clarament que el pas és correcte? Pot demostrar-ho?

Visió retrospectiva

- Pot verificar el resultat? Pot verificar el raonament?
- Pot obtenir el resultat de forma diferent? Pot veure-ho de cop? Pot emprar el resultat o el mètode en algun altre problema?

La resolució de problemes a
les classes de matemàtiques
pot respondre a tres
enfocaments diferents:

- Ensenyar per resoldre problemes.
Dels continguts als problemes.
- Ensenyar sobre la resolució de problemes.
Ensenyament centrat en l'heurística.
- Ensenyar a través de la resolució de problemes.
Dels problemes als continguts.

Cada cop sembla que hi ha més professorat convençut que, **amb una metodologia de resolució de problemes**, és possible articular un currículum complet que cobreixi aspectes profunds dels conceptes matemàtics que impartim a secundària.